

Eesti koolinoorte LX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA KOOLIVOOR

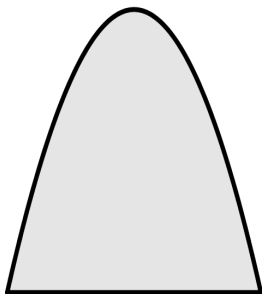
Tallinnas, 27. novembril 2012. a.

XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia jada 1, 4, 10, 22, 46, 94, ... üldliikme valem.
2. Kolmekohalise arvu korrutis arvuga 6 on kolmekohaline arv, mille numbrite summa on võrdne esialgse arvu numbrite summaga. Leia kõik sellised kolmekohalised arvud.
3. Maril on majas aken, mille alumine serv on sirge ja ülemine serv on allapoole avaneva parabooli kujuline (vt. joonist). Kuna aga sellisele aknale on raske kardinaid teha, soovib Mari osa aknast kinni ehitada, nii et järgi jääks võimalikult suure pindalaga tavaline ristkülikukujuline aken. Milliste mõõtmetega on saadud aken, kui esialgse akna alumise serva pikkus on 150 cm ja kõrgus kõige kõrgema koha peal samuti 150 cm?
4. Lõik BN on kolmnurga ABC nurga ABC nurgapoolitaja. Punkt D asub küljel BC nii, et $\angle DAC = \angle ABC + \angle ACB$. Tõestada, et DN on nurga ADC nurgapoolitaja.
5. Tahvlile on kirjutatud 2012 naturaalarvu.
 - a) Tõesta, et ükskõik millise naturaalarvude valiku puhul on võimalik kustutada kaks arvu nii, et ülejäänud arvude summa jagub kolmega.
 - b) Kas eelnev väide kehtib ka 2013 naturaalarvu puhul?